郑州大学 2020 年硕士生入学考试初试高等代数考试大纲

学院名称	科目代码	科目名称	考试单元	说明

说明栏：各单位自命题考试科目如需带计算器、绘图工具等特殊要求的，请在说明栏里加备注。

郑州大学硕士研究生入学考试

《高等代数》考试大纲

命题学院（盖章）：____　考试科目代码及名称：__915 高等代数__

一、考试基本要求及适用范围概述

本《高等代数》考试大纲适用于郑州大学数学与统计学院相关专业的硕士研究生入学考试。高等代数是数学学科的基础理论课程，主要内容包括多项式理论和线性代数理论。要求考生系统地理解和掌握高等代数的基本概念和基本理论，掌握多项式、行列式、线性方程组、矩阵、二次型、线性空间、线性变换、λ 矩阵、欧氏空间的基本理论，并能综合运用所学的知识分析问题和解决问题。

二、考试形式

硕士研究生入学高等代数考试为闭卷，笔试，考试时间为 180 分钟，本试卷满分为 150 分。
试卷结构（题型）：填空题、计算题、证明题

三、考试内容及要求

（一）多项式

理解数域的概念.
掌握一元多项式及其次数、首项的定义和运算，性质
掌握带余除法定理，理解整除的概念和基本性质.
理解最大公因式、多项式互素的概念，会用辗转相除法求最大公因式，掌握互素多项式的性质.
理解不可约多项式的概念，理解多项式有根与多项式可约的联系与区别，掌握不可约多项式的性质和因式分解定理.
理解重因式、多项式的微商（导数）的概念，掌握多项式的重因式与其导数的关

系，和多项式没有重因式的条件.
掌握余数定理，理解多项式的根与次数的关系，以及多项式相等与多项式函数相等的一致性 8 复系数、实系数多项式的因式分解
理解代数学基本定理和复系数、实系数多项式的因式分解定理.
理解本原多项式及与有理多项式的联系，掌握整系数多项式在有理数域上因式分解、有有理根的性质和条件，掌握 Eisenstein 判别法.
了解多元多项式字典排序法.
理解多项式根与系数的关系，了解对称多项式的基本定理.

（二） 行列式

理解排列、逆序数、奇排列、偶排列、对换的概念，会计算排列的逆序数，理解对换与排列的逆序数的关系，奇、偶排列各半，任意排列可以通过一系列对换与标准排列互换.
掌握 n 阶行列式的定义(包括等价定义)和一般项，会判断给定项是否 n 阶行列式的一项.
熟练掌握 n 阶行列式的性质，并能够用 n 阶行列式的性质计算行列式.
理解余子式、代数余子式的概念，熟练掌握按行、列展开定理.
理解 Cramer 法则的条件、结论和意义.
理解 k 级子式及其余子式、代数余子式的概念；理解 Laplace 定理与行列式的乘法定理

（三） 线性方程组

理解系数矩阵、增广矩阵等概念，会用消元法解方程组
理解 n 维向量及 n 维向量空间的概念，理解 n 维行、列向量的差异与联系，掌握向量的线性运算
理解向量组的线性表示、线性相关、线性无关的概念，会判断向量组的线性相关性，理解延长向量组（包括添加向量和添加分量两种情况）与原向量组的线性相关性的关系，理解向量组的线性表出与它们线性相关性的关系
理解向量组的秩、极大线性无关组的概念，掌握极大线性无关组的性质，掌握向量组的秩、极大线性无关组与向量组的线性表出的联系，会求向量组的极大线性无关组和秩.
理解矩阵的秩、矩阵的行列式秩、k 级子式的概念，会求矩阵的秩并用矩阵的秩判断向量组的线性相关性，掌握方阵的秩、方阵的行列式、线性方程组有非零解的联系
掌握线性方程组有解判定定理的内容和意义，会利用矩阵的秩判断线性方程组是否有解，能够分情况讨论解的性质，理解自由未知量的选取方法.
理解基础解系的概念，掌握齐次线性方程组和非齐次线性方程组的解的结构，掌握非齐次线性方程组的解与其导出组解的关系，会求齐次线性方程组的基础解系，以及用非齐次线性方程组的特解和其导出组的基础解系表示通解.

（四） 矩阵

理解矩阵的概念，掌握矩阵与行列式的区别与联系
掌握矩阵的加法、数乘、转置、乘积的运算和性质，理解对称矩阵、反对称矩阵的概念

掌握矩阵乘积的行列式、矩阵的和与积的秩与原矩阵的秩的关系
掌握逆矩阵、伴随矩阵的概念和性质，掌握方阵可逆的充要条件，会求逆矩阵
理解分块矩阵的概念，掌握分块矩阵的运算（包括求逆）与分法的限制条件，理解准对角矩阵的概念和性质，会用分块矩阵方法解决问题.
理解初等矩阵的概念，掌握初等矩阵与初等变换间的关系，矩阵的等价关系与等价标准形，会用初等变换求逆矩阵，掌握矩阵初等变换下的不变量
理解分块矩阵的初等变换，广义初等矩阵与广义初等变换的关系，会用广义初等变换解决分块矩阵的问题

（五） 二次型
理解二次型的矩阵、秩的定义、性质，以及二次型与对称矩阵的 1-1 对应
掌握合同矩阵的概念和性质，会用合同变换化对称矩阵为对角矩阵；掌握非退化线性替换的概念和性质，会用非退化线性替换化二次型为标准形.
理解实、复二次型规范形及其唯一性，理解正惯性指数、负惯性指数、符号差的概念
理解正定矩阵、正定二次型，负定矩阵、负定二次型，半正定矩阵、半正定二次型，半负定矩阵、半负定二次型的定义，掌握正定矩阵、正定二次型的几个等价条件.
定矩阵与正定二次型

（六）线性空间
理解集合，集合的交、并；掌握映射，单射，满射，双射，映射的乘法（合成）
掌握线性空间的定义，运算，性质
掌握线性空间的维数、基、坐标的概念，会求线性空间的维数、基，以及向量在指定基下的坐标
理解基变换的过渡矩阵的概念，掌握基变换、坐标变换公式
理解线性子空间和由若干向量所生成的子空间的概念，会判断子集合是否构成子空间，会求子空间的维数、基，掌握补子空间及基扩充定理
理解子空间的交、和的概念，会求两个子空间的交、和的基与维数，掌握维数公式及其应用
掌握子空间的直和的概念以及几个充要条件，会判断子空间的和是否是直和
理解线性空间同构的概念和性质，掌握 n 维线性空间按同构的分类

（七） 线性变换
掌握线性变换的定义和性质
理解线性变换的加法、数乘、乘法、方幂、逆的定义和性质，
掌握线性变换的矩阵的概念，会求线性变换在指定基下的矩阵；掌握在取定基后线性变换与它们的矩阵的一一对应关系；掌握一个线性变换在不同基下的矩阵的关系；会求一个向量在线性变换下的像的坐标
熟练掌握线性变换（矩阵）的特征值、特征向量、特征多项式定义及计算，理解特征子空间的概念；掌握相似矩阵的概念及其性质；理解 Hamilton-Cayley 定理
熟练掌握一个 n 级方阵相似于对角矩阵的条件（充分条件、必要条件、充要条件）；会求可逆矩阵 T，使得 $T^{-1}AT$ 为对角矩阵。
理解线性变换的值域、核的概念，会求线性变换值域与核的基、维数；掌握域与

核的维数间的关系

理解线性变换的不变子空间的概念；几个常用的不变子空间例子；理解线性变换的不变子空间分解与线性变换的矩阵为准对角矩阵的联系；理解线性变换的根子空间分解

（八） λ 矩阵

理解λ 矩阵与数字矩阵的区别与联系：子式、行列式、秩、可逆，可逆的充要条件

理解λ 矩阵的初等变换、初等λ 矩阵、λ 矩阵的等价的概念和联系，会求λ 矩阵的等价标准形

理解λ 矩阵的行列式因子、不变因子的概念和联系，会求λ 矩阵的行列式因子、不变因子

掌握两个矩阵相似的充要条件是它们的特征矩阵等价，并会由此判断两个矩阵是否相似

掌握λ 矩阵的行列式因子、不变因子、初等因子联系，会求一个复矩阵的初等因子

理解若当定理；掌握初等因子与若当标准形间的对应关系，会求一个复矩阵的若当标准形，会求可逆矩阵 T，使得 $T^{-1}AT$ 为若当标准形；理解最小多项式的概念，会求最小多项式；会用最小多项式判断一个复矩阵是否相似于对角矩阵

（九） 欧氏空间

理解内积、欧氏空间的定义、性质和常用例子；理解向量长度、夹角、单位向量、垂直（正交）的概念；掌握 Cauchy 不等式、勾股定理；掌握度量矩阵的概念和性质

理解正交向量组、正交基、标准正交基的概念，会用度量矩阵判断正交基、标准正交基；

理解正交基、标准正交基的存在性，熟练 Schmidt 正交化方法；掌握正交矩阵的概念、性质以及正交矩阵与标准正交基的关系

理解欧氏空间的同构的概念、性质，掌握欧氏空间按同构的分类

理解正交变换的定义和性质；掌握正交变换的几个等价条件，正交变换、标准正交基、正交矩阵的联系；了解两类正交变换

理解正交子空间、正交补的概念；掌握正交子空间与直和的关系；掌握正交补的存在唯一性及构成；了解向量在子空间上内射影的概念

熟练掌握实对称矩阵的特征值、特征向量的性质，会求正交矩阵 T，使得 $T^{-1}AT$ 为对角矩阵；了解欧氏空间中对称变换、反对称变换的概念和性质；掌握用特征值判断实对称矩阵为正定矩阵的方法；会用实对称矩阵的标准形去解决问题

四、考试要求

硕士研究生入学考试科目《高等代数》为闭卷，笔试，考试时间为180分钟，本试卷满分为150分。试卷务必书写清楚、符号和西文字母运用得当。答案必须写在答题纸上，写在试题纸上无效。

五、主要参考教材（参考书目）

1.《高等代数》北京大学数学系王萼芳 石生明修订，第四版，高等教育出版社，2013年。

2. 《高等代数》姚慕生，吴泉水，谢启鸿，第3版，复旦大学出版社，2014年。

编制单位：郑州大学

编制日期：2019年9月